

Herramientas geoestadísticas en la construcción de Modelos Digitales de Elevación (MDE)

Ing. Agrimensor Eduardo Sierra

Agosto de 2014

agrimeduardosierra@hotmail.com

Para la elaboración de Modelos Digitales de Elevación (MDE) es necesario recurrir al procedimiento de interpolación de datos.

Su finalidad es, disponer de información en puntos del espacio en los cuales la variable en estudio no ha sido muestreada. Además de la variedad de procedimientos, el investigador debe conocer las ventajas y desventajas de los mismos para poder discernir el más adecuado en su caso.

Teniendo en cuenta la evolución que dichos métodos vienen teniendo, se presenta un estudio para la construcción de un Modelo Digital de Elevación en base al interpolador kriging con ventanas móviles y variogramas locales.

La técnica geoestadística es usada como herramienta de análisis espacial e interpolación desde hace ya tiempo, pero el desarrollo de las matemáticas y estadística, así como los software de apoyo, particularmente el software libre, han puesto al alcance de todo investigador métodos muy potentes que es importante conocer.

Por este motivo se presenta un estudio para elaboración de un MDE de la cota de terreno, apoyado en la técnica antes mencionada.

1 INTRODUCCIÓN

La construcción de un MDE facilita la generación de mapas representativos de la variación espacial de valores de cota Z .

Para ello, se procede al cálculo de valores Z en puntos del espacio no muestreados, en razón de costos o imposibilidad de obtener el dato y trabajando a partir de una muestra con métodos de interpolación.

El objetivo es lograr un modelo de la superficie real lo más parecido a ella, lo cual sólo se consigue obteniendo valores interpolados que sean cercanos a los reales. Cuan cercanos y cómo se mide esta cercanía se verá en los párrafos siguientes.

2 METODOS DE INTERPOLACION

Los métodos de interpolación son muchos y su clasificación atiende a diversos aspectos. Para este trabajo son importantes básicamente los clasificados en determinísticos y estocásticos, exactos e inexactos y globales y locales.

2.1 Determinísticos y estocásticos

Determinísticos: las predicciones se realizan en base a formulas matemáticas que incorporan la distancia como factor de ponderación, dando más peso a los datos próximos al punto de predicción.

Estocásticos: las predicciones se realizan en base a probabilidades obteniendo modelos más probables. Ejemplo: interpolación kriging.

2.2 Métodos exactos e inexactos

Inexactos: la predicción en los puntos muestreados no coincide con el dato real.

Exactos: las predicciones en los puntos muestreados coinciden con el dato real.

2.3 Globales y locales

Globales: usan todos los datos de la muestra para realizar las predicciones (la función de interpolación es única para toda la zona de estudio).

Locales: realizan las predicciones bajo el concepto de vecindad, es decir, un subconjunto de los datos más próximo al punto de interpolación (la función de interpolación se ajusta a la vecindad considerada).

3 METODOS DE ANALISIS ESPACIAL GLOBALES Y LOCALES

Cuando se habla de métodos globales o estadísticas globales, hacemos referencia a estadísticas basadas en promedios o valores medios que llamamos **observaciones globales** y que se suponen que representan el fenómeno en estudio (variable espacial) en toda la región. Por tanto, inducen a creer que la variable puede representarse en toda la región con un solo valor. Por su parte, las observaciones en base a las cuales se calculan los promedios son las **observaciones locales** y nos permiten conocer el comportamiento de la variable en distintas zonas de la región.

Cuando la variación en las informaciones locales es pequeña, las informaciones globales pueden ser válidas para zonas reducidas (si las medidas pluviales son muy parecidas en una región, el promedio puede ser una buena aproximación de la medida en una sub zona), pero a medida que la variabilidad de los valores locales aumenta, la confiabilidad de las observaciones globales como representativas de zonas pequeñas disminuye.

Los datos no espaciales se diferencian de los espaciales, en que los primeros sólo contienen información de atributos (producción media de las empresas por número de empleados) mientras que los segundos contienen además, información de localización (producción media de las empresas por numero se empleados según región). Por tanto los métodos locales de análisis espacial, deben resolver el problema de la variación local, en el espacio de los atributos y en el espacio geográfico.

4 DEPENDENCIA ESPACIAL, AUTOCORRELACION ESPACIAL Y HETEROGENEIDAD ESPACIAL

Los MDE modelan variables espaciales que tienen características particulares como la dependencia espacial, la autocorrelación espacial y la heterogeneidad espacial. Estas propiedades deben ser tenidas en cuenta cuando se modela en el espacio una variable ya que ellas afectan y condicionan la estructura de variación haciéndola inestable.

3.1 La dependencia espacial, responde a la primera ley de la geografía de Tobler: datos próximos son más parecidos que datos alejados, que se expresa matemáticamente como $y_i = f(y_j)$

3.2 La autocorrelación espacial nos indica el grado o nivel de similitud entre observaciones realizadas en distintas localizaciones. En un mapa, nos indica en forma general la similitud o disimilitud de los datos.

3.3 Por su parte, la heterogeneidad espacial responde al hecho de que las relaciones en el espacio entre datos en distintas localizaciones de una misma variables no son constantes.

5 EL ANALISIS ESPACIAL Y LA TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

La estadística clásica no provee herramientas apropiadas para solucionar los problemas derivados de algunas de las características de las variables espaciales anotadas, por lo que se han desarrollado básicamente dos abordajes del problema: la econometría espacial y la geoestadística.

La econometría espacial es de gran uso en la economía regional y urbana, ocupándose básicamente del efecto que produce la dimensión geográfica en los datos estadísticos y particularmente en los modelos econométricos.

La geoestadística tuvo su inicio de aplicación en los fenómenos naturales (reservas mineras) pero se ha extendido a múltiples ámbitos incluidas las disciplinas sociales. Se basa en la Teoría de las Variables Regionalizadas (TVR) cuya herramienta de análisis de mayor uso es la función semivariograma y su método de predicción el kriging.

En este trabajo se hace referencia sólo al enfoque geoestadístico.

5.1 TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS (VR)

La geoestadística es una herramienta de análisis de datos espaciales basado en la descripción de la estructura de autocorrelación de los datos y su continuidad espacial (ley de Tobler).

Toda variable espacial que presente estructura de correlación es una variable regionalizada y su estudio se realiza desde un enfoque probabilístico en el campo de las funciones aleatorias o procesos estocásticos.

5.2 FUNCIÓN ALEATORIA O PROCESO ESTOCÁSTICO

El enfoque probabilístico de la geoestadística supone que en cada punto x_i muestreado, tenemos un dato de una variable aleatoria $Z(x_i)$ con sus correspondientes momentos de media y varianza además de su función de distribución acumulada. El conjunto $\{Z(x_i)\}$, $i = 1, 2, \dots, n$ de variables aleatorias en cada punto se llama función aleatoria o proceso estocástico y el conjunto de realizaciones (datos) $z(x_i)$ de cada variable aleatoria $Z(x_i)$ es una realización del proceso estocástico y es llamada VR.

La geoestadística es entonces el estudio de las funciones aleatorias aplicadas a la descripción de variables aleatorias distribuidas en el espacio. Su objetivo es describir la función aleatoria.

El supuesto de que las variables aleatorias $Z(x_i)$ se encuentran correlacionadas (autocorrelación de las variables espaciales), dice que el valor en cada punto depende del valor en otras localizaciones y admitimos que a mayor proximidad mayor dependencia. Parece lógico entonces construir una estadística para pares de puntos separados una distancia fija h (en módulo y dirección) que describa el comportamiento de la VR según la distancia entre pares de puntos.

5.3 LA FUNCIÓN VARIOGRAMA

Esta estadística se construye a partir de la función variograma que se define como la varianza de los valores de la variable $Z(x)$ para todos los pares de puntos separados por una distancia (h):

$$\text{Var}\{Z(x+h) - Z(x)\} = E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \} = 2\gamma(h)$$

La función semivariograma ¹ queda definida por

$$\gamma(h) = 1/2 * E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \} \quad \boxed{\text{Fórmula 1}}$$

Se demuestra que la semivarianza de los incrementos $Z(x+h) - Z(x)$ se relaciona con la covarianza por medio de la siguiente relación

$$\gamma(h) = 1/2 * E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \} = C(0) - C(h)$$

siendo $C(0)$ y $C(h)$ las covarianzas para $h = 0$ y h genérica.

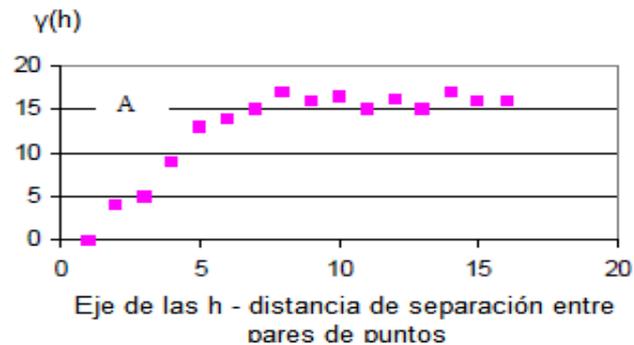
A partir de la Fórmula 1 del semivariograma, el semivariograma experimental se escribe como

$$\gamma(h) = (1/2N) * \sum [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2 \quad \boxed{\text{Fórmula 2}}$$

con $i = 1$ a N (número de pares de puntos separados por una distancia h).

¹ El prefijo "semi", hace referencia al factor $\frac{1}{2}$. No obstante, a veces se hace uso del término variograma en el entendido de que se refiere al semivariograma.

El variograma muestra entonces la media del grado de dependencia espacial y para su construcción se calculan las diferencias cuadráticas de los valores de todos los puntos separados por una distancia h obteniendo el variograma experimental.



Ejemplo de variograma experimental
Figura 1

Al variograma experimental (puntos de colores en la figura de abajo) hay que ajustar un modelo teórico (curva azul en la misma figura) que queda definido por los parámetros efecto pepita o nugget (C_0), alcance o rango a y meseta $C_t = (C + C_0)$.

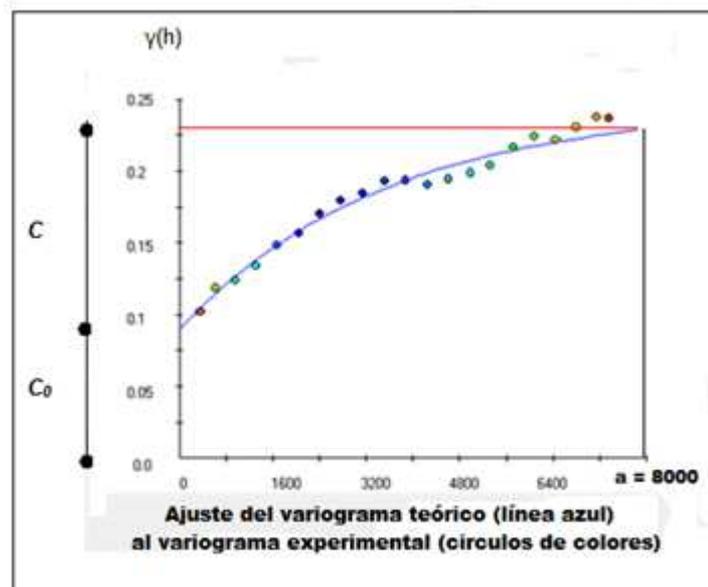


Figura 2. Elaboración propia

El efecto pepita (C_0) es el valor del variograma para $h = 0$. Teóricamente debe ser cero pero debido a errores de medida o ausencia de puntos separados a distancias menores de una distancia mínima, el variograma experimental no se anula.

El alcance es el valor de $h = a$, a partir del cual $\gamma(h)$ se vuelve estacionario (deja de existir dependencia entre los valores de la variable).

La meseta (C_t) es el valor máximo del semivariograma que indica la varianza espacial total, y es la suma del efecto pepita más la varianza espacial (C):

$$C_t = C_0 + C$$

El valor $E = C_0 / C$ indica el grado de aleatoriedad que presentan los datos, que se mide según el siguiente criterio:

$E < 0.15$ indica aleatoriedad baja

$0.15 \leq E \leq 0.30$ indica aleatoriedad media

$E > 0.30$ indica aleatoriedad alta

Por su parte $IED = C_0 / (C + C_0)$ es el Índice de Dependencia Espacial y nos dice cual es la contribución de la parte aleatoria de la dependencia espacial respecto de la dependencia total. Cuanto menor sea el IDE, mayor es el grado de dependencia espacial.

5.4 MODELOS TEORICOS DE VARIOGRAMA

La adopción de un modelo teórico que se ajuste lo mejor posible al experimental, a llevado a la definición de diversas funciones matemáticas elegidas según la mayor o mejor semejanza con la distribución de puntos del variograma experimental.

El modelo teórico de la figura 2 corresponde al modelo exponencial.

Algunos de los modelos teóricos son el esférico, gaussiano y exponencial (Figura 2.1).

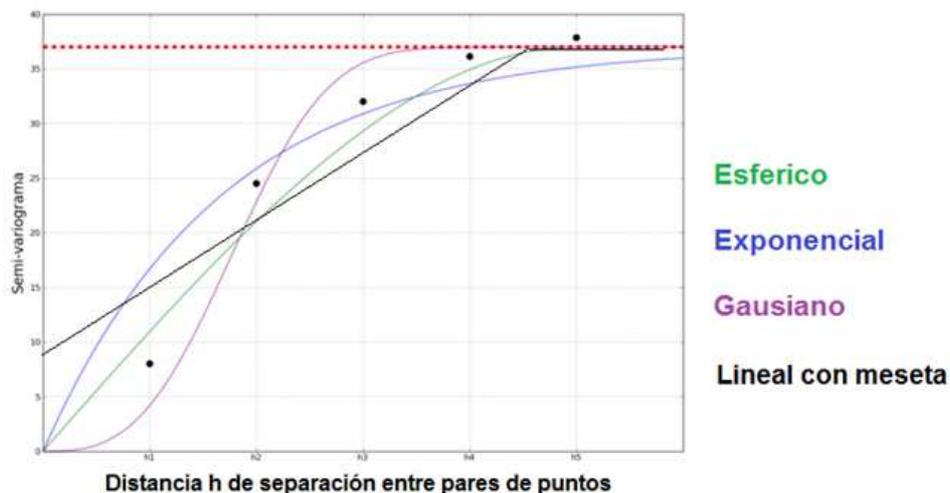


Figura 2.1: modelos teóricos de variograma

Como el grado de dependencia espacial puede no ser igual en todas las direcciones del espacio, antes de adoptar como válido un modelo teórico debe estudiarse la existencia o no de anisotropía. Para ello se adopta el variograma correspondiente a la dirección de máxima variación a la vez que se estudian intervalos de tolerancia en las distancias h de separación de los pares de puntos y angulares para las direcciones de estudio.

La bondad del ajuste del modelo se realiza por el método de validación cruzada que permite compararlo con otros modelos de variograma a los efectos de adoptar el de mejor ajuste con los datos.

Para la comparación de modelos se pueden usar distintos estadísticos pero lo más común es usar la suma de los errores cuadráticos (RSS), su media (RSS/n), o la raíz cuadrada de ella (RMSE), Criterio de Información de Akaike (AIC).

5.4 PREDICCIONES (INTERPOLACION)

Una vez definido el modelo de variograma que mejor se ajuste a los datos, se está en condiciones de usar la herramienta del kriging para obtener predicciones en puntos del espacio no muestreados.

El kriging, al igual que otros métodos, es una modalidad de estimación por regresión clásica cuya expresión matemática general puede expresarse de la siguiente manera:

$$Z^*(x_0) = \lambda_1 Z(x_1) + \lambda_2 Z(x_2) + \dots + \lambda_n Z(x_n) \quad \text{Fórmula 3}$$

$Z^*(x_0) = \sum \lambda_i Z(x_i)$ $i = 1, 2, \dots, n$ siendo Z^* el valor calculado en x_0 , punto donde se realiza la predicción y los x_i los puntos vecinos en base a los cuales se realiza.

La comparación gráfica entre estimador mínimo cuadrático y kriging se muestra en la siguiente gráfica.



Figura 3

Fuente: "Modelos geoestadísticos del precio de la vivienda: aproximación al conocimiento intraurbano de la ciudad de Madrid"
Mónica Navarrete Alvarez - Tesis Doctoral

El interpolador kriging calcula los pesos λ_i de tal manera que resulte un estimador MELI (Mejor Estimador Lineal Insesgado).

Mejor – refiere a la condición de que es un estimador de varianza mínima

Lineal – que es combinación lineal de los datos (Fórmula 3)

Inssegado – media de los errores de estimación igual a cero

Existen decenas de métodos de kriging pero en este trabajo nos interesa mencionar solo dos.

Kriging puntual – se usa para el caso en que se deseen predicciones en puntos

Kriging por bloques – se usa cuando se desean predicciones medias por bloques de superficies

6 KRIGING CON VENTANAS MOVILES

Tanto el kriging como el inverso de la distancia ponderada trabajan con subconjuntos de datos próximos al punto de interpolación y en ese sentido son métodos de estimación locales, pero al trabajar con una sola función de estimación son métodos globales. Esto quiere decir que parten del supuesto de que la media y la varianza espacial son estacionarias y por tanto suponen un comportamiento homogéneo para toda la zona que se representa, en el caso del kriging, con la función variograma.

Esto implica una limitación del método porque en general, los fenómenos espaciales no se comportan en forma homogénea sino que presentan variaciones locales.

En el caso del kriging, esta limitación se intenta superar usando ventanas móviles que se definen para un determinado radio en torno al punto o bloque de interpolación (**MWK** – Windows Mobile Kriging). El uso de ventanas móviles permite el cálculo de la predicción en el centro de la ventana, lo que permite atender la estructura de covarianza propia de los datos en la sub zona. Procediendo en forma iterativa moviendo la ventana, se obtienen las predicciones totales para toda la zona.

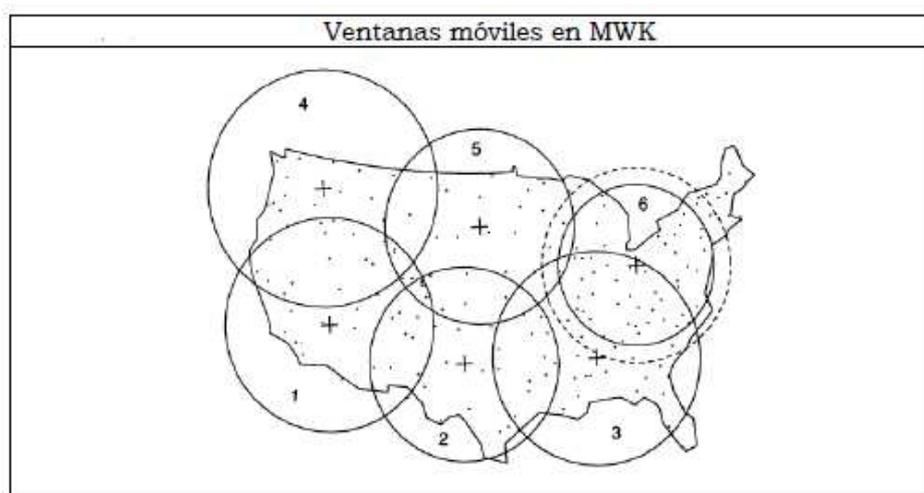


Figura 4: ventanas moviles para el calculo de la estructura local en seis subzonas.
Fuente: ver Figura 3

La misma limitación se presenta cuando se hacen las predicciones en base a un único variograma en toda la zona de estudio. Esto supone que las relaciones espaciales de la variable son las mismas en toda la zona y aun cuando ella

se corrija contemplando la presencia de anisotropía, esta tampoco tiene porque ser igual en todas las sub zonas.

Por este motivo, al MWK se agrega la estimación de un modelo teórico de variograma para cada ventana o vecindad de interpolación dando origen a la técnica del variograma geograficamente ponderado (**GWV**).

7 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Este trabajo corresponde a la construcción de un MDE sobre un relevamiento altimétrico para el estudio de escurrimiento de aguas en la ciudad de Melo, Uruguay sobre la base de 1606 puntos.²

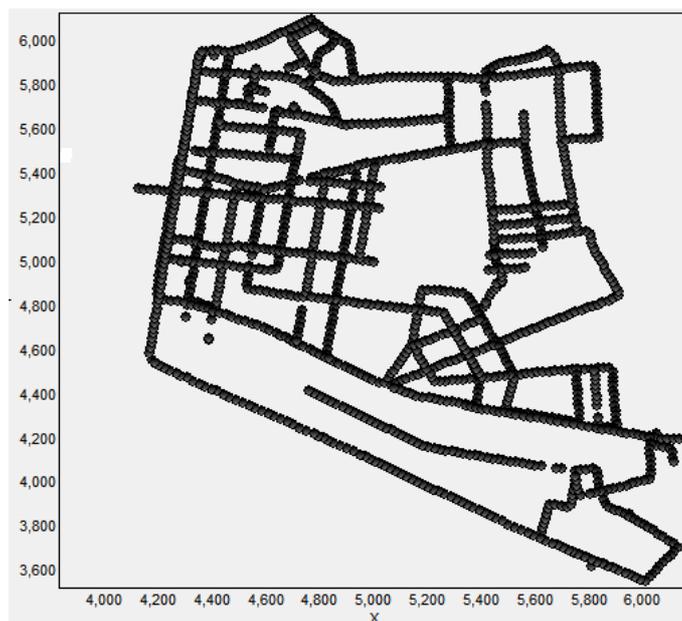


Figura 5: distribución espacial de los datos

No se han comparado otros métodos de interpolación con el kriging por ser un objetivo más ambicioso y porque además existen varios trabajos sobre el tema que pueden consultarse.

7.1 ETAPAS DEL ANALISIS GEOESTADISTICO

La elaboración del MDE es la última etapa en un proceso geoestadístico que previamente debe pasar por el análisis exploratorio de los datos (AED), el análisis estructural de la variable mediante el variograma y finalmente las predicciones.

7.1 ANALISIS EXPLORATORIO DE DATOS (AED)

La etapa del AED en la elaboración de MDE, consiste en la aplicación de las herramientas estadísticas en el estudio de la función de distribución de la variable y detección de posibles datos atípicos.

² Se agradece a los colegas Ing. Agrim. Marcelo Zanatta e Ing. Agrim. Rafael Roda el haber aportado la muestra de datos. El vector de coordenadas responde a un sistema local.

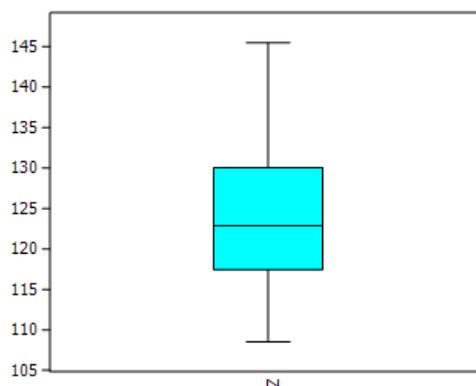


Figura 6: detección de posibles datos atípicos o outliers

La **Figura 6** muestra la ausencia de datos atípicos (puntos por encima y debajo de las líneas horizontales) que puedan distorsionar las predicciones de interpolación.

7.2 ANALISIS ESTRUCTURAL

Esta etapa corresponde al cálculo del variograma experimental según Fórmula 2, para luego ajustar un modelo teórico.

En esta aplicación se usó el software VESPER que permite el kriging con ventanas móviles (MWK) con variograma global y local (GWV).

Se ajustaron los modelos esférico, exponencial, gaussiano y lineal con meseta, que fueron evaluados con los estadísticos RMSE (raíz cuadrada de la media de los errores cuadráticos) y AIC (Criterio de Información Akaike) arrojando los resultados de la Tabla 2.³

	ITERACIONES	RMSE
Esférico	200	12.41
Exponencial	200	13.41
Gaussiano	11	2.69
Lineal con sill	200	12.45

Tabla 2: evaluación de modelos teóricos de variograma

El criterio de selección es el de menor RMSE. En el caso, se elige el modelo gaussiano por presentar un valor notoriamente menor de RMSE.

La figura 8 muestra el variograma experimental calculado y el variograma teórico ajustado (modelo gaussiano, de acuerdo a los resultados de la Tabla 2) y sus correspondiente parámetros:

³ La columna ITERACIONES, representa el número de evaluaciones que realiza el software para ajustar el mejor conjunto de parámetros del modelo

Parameters	Value
C0	1.062
C1	19.2
A1	25.2

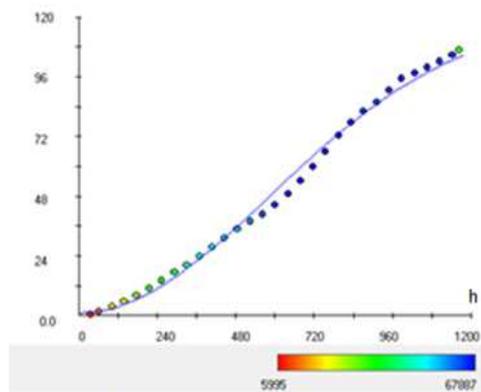


Figura 8: los círculos indican el variograma experimental; la línea azul el variograma teórico la barra de colores el número de pares de puntos usados para cada distancia h

De los parámetros del modelo gaussiano de variograma, se desprende que el **IDE** es igual a 0.05, muy próximo a cero, valor indicativo de alta dependencia espacial en los valores de la variable Z. Ello es fácilmente advertido en el gráfico del variograma con inicio muy próximo al cero de las ordenadas.

7.3 INTERPOLACION Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS - Predicción de valores

Luego del ajuste del variograma teórico, corresponde la predicción de valores con el método de kriging.

El software VESPER permite la interpolación por kriging puntual (KP) y por bloques (KB), con variograma global (VG) o local (VL). Debido a que el uso de variogramas locales requiere mucha densidad de puntos, solo se usó la modalidad de variograma global ya que la muestra presenta amplias zonas sin datos.⁴

En la Tabla 3a se comparan los resultados del kriging por bloque y por puntos, según intervalo de confianza para la media de las predicciones al 95%, mostrando mejores predicciones para el *modelo de variograma global con kriging puntual*.

Kriging	VARIOGRAMA GAUSSIANO			
	Bloque		Puntual	
IC para la media de las predicciones al 95%	Li	Ls	Li	Ls
	media = 125.7		Media = 125.77	
	125.37	126.03	125.32	125.4
Direrencia % con la media	0.3%		0.04%	

Tabla 3a

⁴ La modalidad de variogramas locales implica que se calcula un variograma para cada ventana móvil de kriging, a los efectos de respetar las particularidades de la estructura espacial local. Por su parte, el kriging puntual hace predicciones en cada punto y es más apropiado para MDE ya que el kriging por bloques calcula un valor de interpolación como media de los valores de un bloque predefinido dentro de la ventana móvil del kriging.

Se elige como método de interpolación el kriging puntual.

En la Tabla 3b se muestra que para la interpolación kriging puntual, el 90.1% de las predicciones (126341 de 140229) tienen intervalo de confianza al 95% con desvío promedio respecto de la media de 0.48% (todas las predicciones con diferencia menor a 0.96%).

intervalo	punto medio	frecuencia	rel	acum.
< 0.96316	0.48158	126341	90.10%	90.10%

Tabla 3b: desvíos en % respecto de la media

7.4 ELABORACION DE MAPAS

Hasta ahora se han realizado diversos estudios previos a la generación de mapas, que son imprescindibles, como el análisis exploratorio de los datos, generación del variograma experimental, ajuste del variograma teórico y testeo de los diversos modelos de variogramas globales y locales conjuntamente con métodos de kriging por bloques y puntual.

Debe tenerse en cuenta que el mapeo de los resultados, no es más que un recurso que facilita la interpretación visual de los resultados.

El punto central de toda interpolación, debe ser el estudio estadístico de las predicciones a los efectos de elegir el modelo que mejor ajusta a la realidad.

En lo que sigue se presenta el mapeo de los valores interpolados y de sus correspondientes desviaciones estándar.

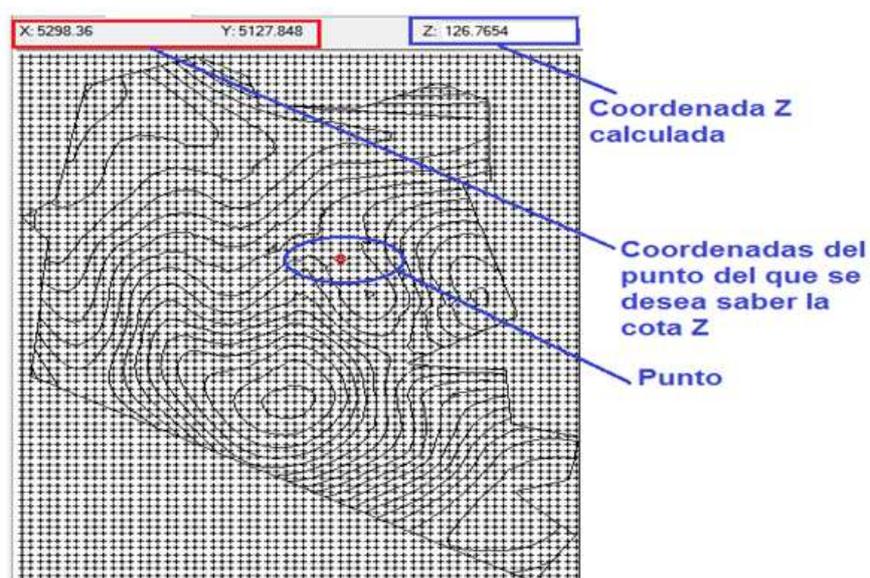


Figura 9: maya de predicción de valores Z

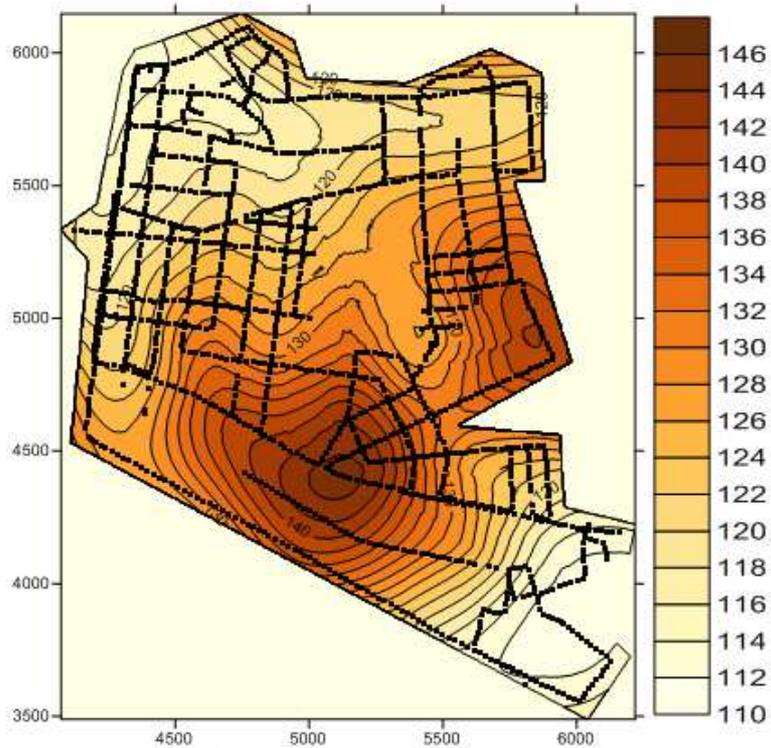


Figura 9: curvas de nivel.
Predicciones según interpolación kriging

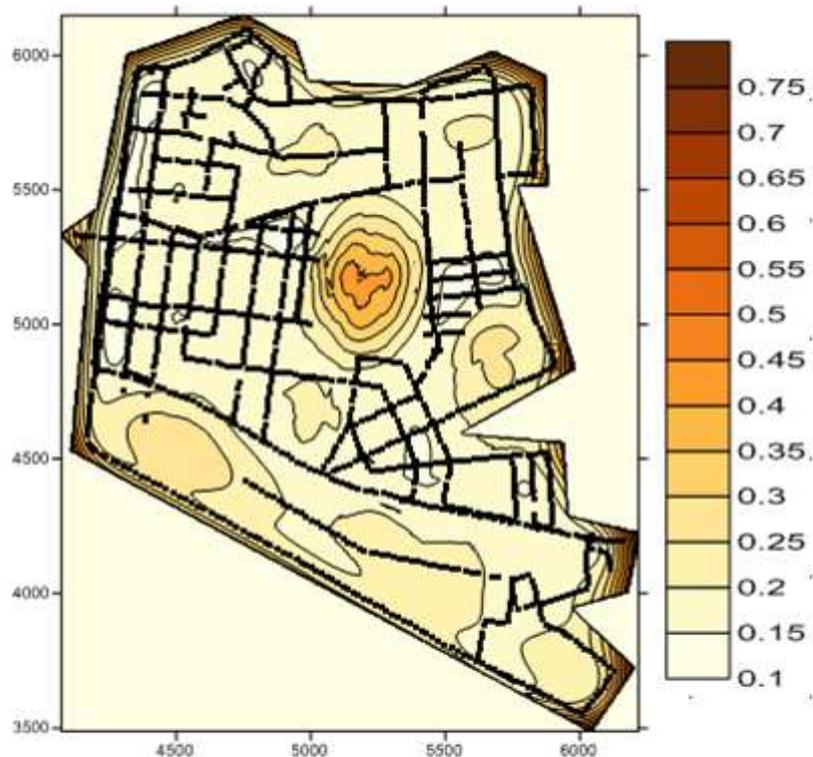


Figura 10: mapa de desviaciones
estandar de las predicciones

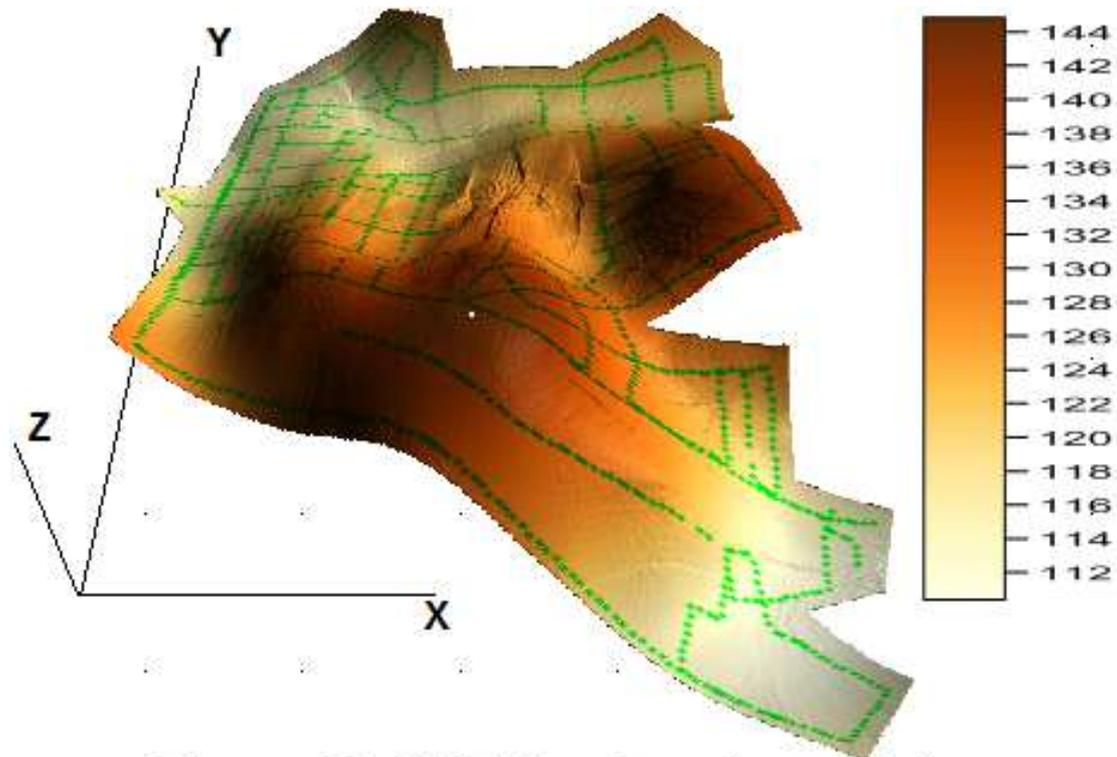


Figura 11: MDE de valores interpolados

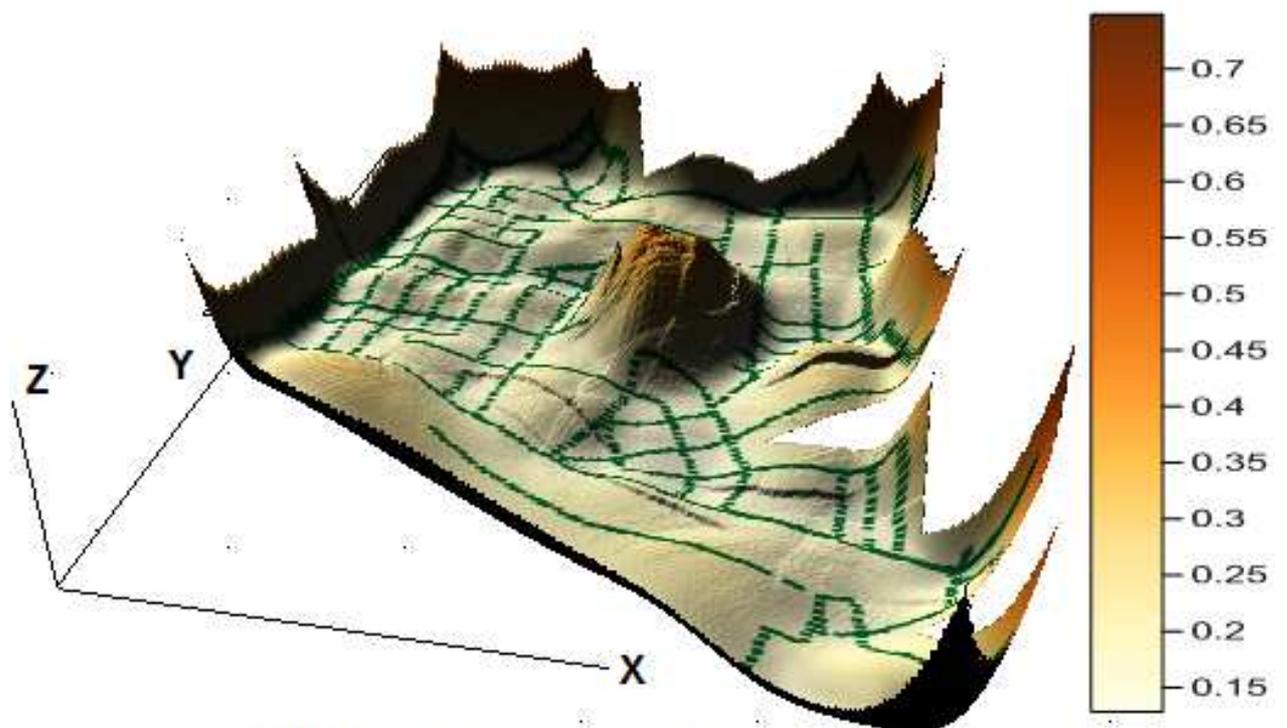


Figura 12: MDE de desviaciones estandard de la predicciones

La elaboración de mapas permite visualizar claramente las ventajas de los modelos geoestadísticos en cuanto a la posibilidad de interpretación de las limitaciones del modelo.

Tanto en las Figura 10 como en la 12, se puede apreciar el mejor o peor ajuste del modelo a los datos, viendo la variación de los valores de desviación estándar en cada punto de la superficie.

En cualquiera de los dos mapas citados, es notorio el aumento de los valores de desviación estándar en su zona central, En la figura 10 se presenta una zona de color más oscuro que el resto, correspondiendo a valores elevados de desviación estándar. El hecho de que los puntos de la muestra se ubiquen en zonas del color más claro, es indicativo de un buen ajuste del modelo a los datos (Ver Tabla 3b).

En la figura 12 y en la misma zona central, existe una notoria elevación. también indicativa de valores altos de desviación estándar. Este mapa permite apreciar en forma muy intuitiva el efecto de la ausencia de valores sobre las predicciones.

Ningún otro interpolador detecta este efecto y las consecuencias negativas de la ausencia de datos se traslada a las predicciones.

8 CONCLUSIONES

Del presente trabajo se desprende la conveniencia de elaborar MDE en base al interpolador geoestadístico de kriging, ya que provee herramientas para evaluar los valores de predicción. A pesar de su complejidad, y de predicciones similares de otros interpoladores en ciertos casos, el kriging tiene la ventaja de proporcionar una estimación del error en cada predicción.

Esto, además de sus ventajas teóricas, tiene implicancia práctica, ya que permite rever la etapa de recolección de datos o de procesado de los mismos, en la medida que los errores pronosticados no sean adecuados con la utilización concreta del MDE.

8 BIBLIOGRAFIA

INTRODUCCION A LA GEOESTADISTICA Teoría y Aplicación – Universidad Nacional de Colombia.

Testing the performance of spatial interpolation techniques for mapping soil properties – T. P. Robinson, G. Metternicht.

Elaboración de modelos de elevación digital empleando técnicas geoestadísticas y sistemas de información geográfica – CACHEIRO POSE, M., VALCARCEL ARMESTO, M., Vieira, S. R., TABOADA CASTRO, M. T

VARIABILIDAD INTRAPARCELARIA EN VIÑA Y EL USO DE SENSORES LASER EN VITICULTURA DE PRECISIÓN. Tesis Doctoral – Jauma ARNO SATORRA

Moving window kriging with geographically weighted variogram – Paul Harris, Martin Charlton, A. Stewart Fotheringham

AJUSTE DE VARIOGRAMAS NO ESTUDO DA CONTINUIDADE ESPACIAL DE ATRIBUTOS FISICOS DO SOLO – Natalino M. Gomes; Carlos R. de Mello; Manoel A. de Faria; Antonio M. da Silva; Marcelo S. de Oliveira

ANALISIS ESPACIAL Y GEOESTADISTICO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS PRECIOS DE LA VIVIENDA NUEVA OFERTADA EN BOGOTA (2009-2001) – Publicación de la Secretaría Distrital de Planificación.

ESTIMACION DE RECURSOS MINEROS – Marco Antonio Alfaro Sironvalle.

Evaluación y comparación de métodos de interpolación determinísticos y probabilísticos para la generación de modelos digitales de elevación – Cutberto Uriel Paredes Henández; Wilver Enrique Salinas Castillo; Xicoténcatl Martínez Becerra; Sergio Bernardo Jiménez Hernández.

GEOESTADISTICA BASICA APLICADA – Ednaldo Carvalho Guimaraes

METODOS CUANTITATIVO Y TECNICAS DE INFORMACION GEOGRAFICA – C. Conesa García y J. B. Martínez Guevara

Modelos geoestadísticos del precio de la vivienda: aproximación al conocimiento intraurbano de la ciudad de Madrid – TESIS DOCTORAL – Mónica Navarrete Álvarez

Introdução aos métodos de estimação espacial para confecção de mapas – Paulo M. BARBOS LANDIM

Krigagem ordinária para situações com tendência regionalizada – Paulo M. BARBOSA LANDIM et. Al.

INTERPOLACION ESPACIAL – Rafael Arce Masén