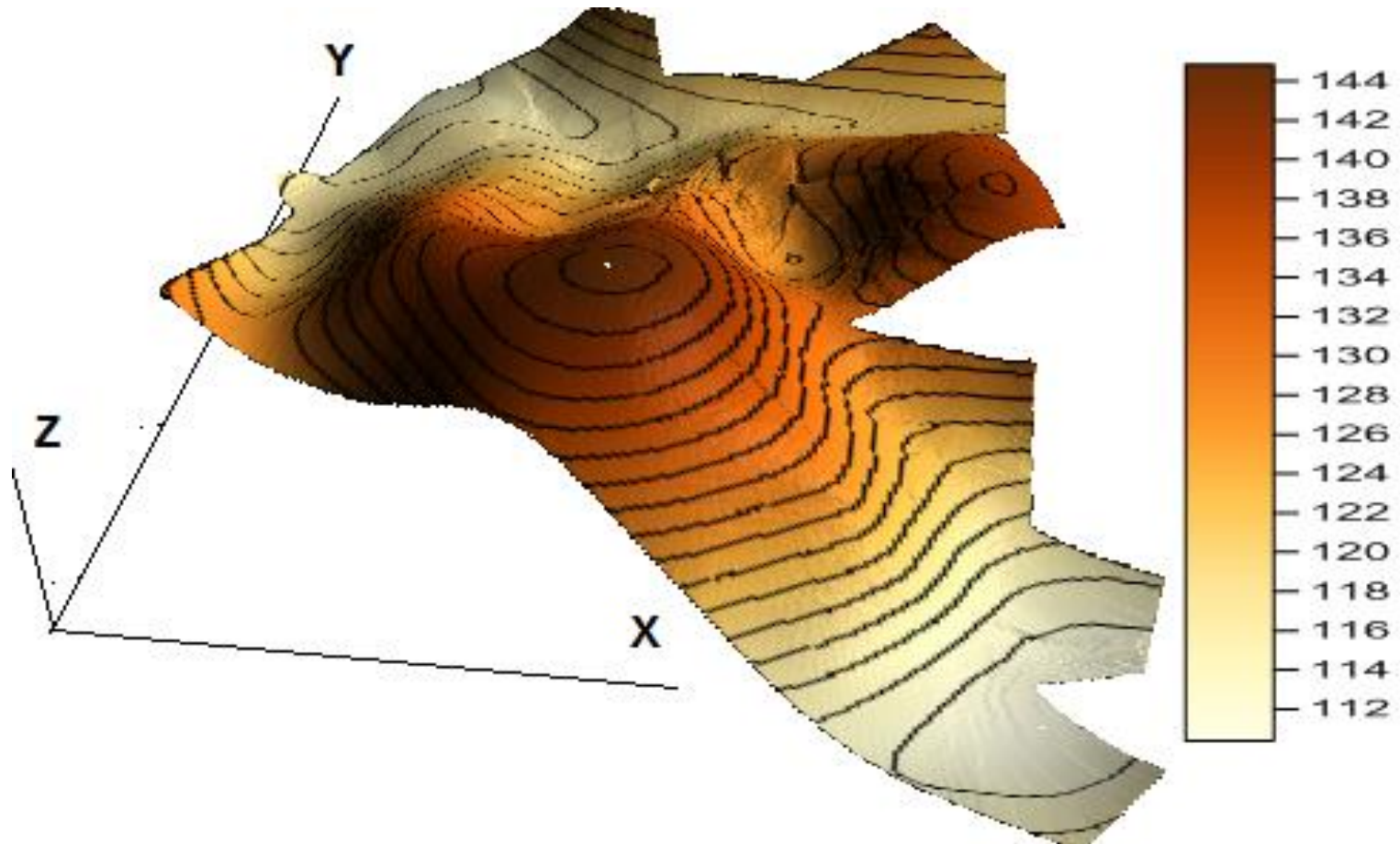


Herramientas geoestadísticas en la construcción de Modelos Digitales de Elevación (MDE)

Ing. Agrim. Eduardo Sierra
setiembre de 2014

agrimeduardosierra@hotmail.com.uy



I. ETAPAS EN LA ELABORACIÓN DE UN MDE

I.1 Recolección de datos - muestreo

I.2 Análisis de los datos – herramientas estadísticas

I.3 Eliminación de datos anómalos

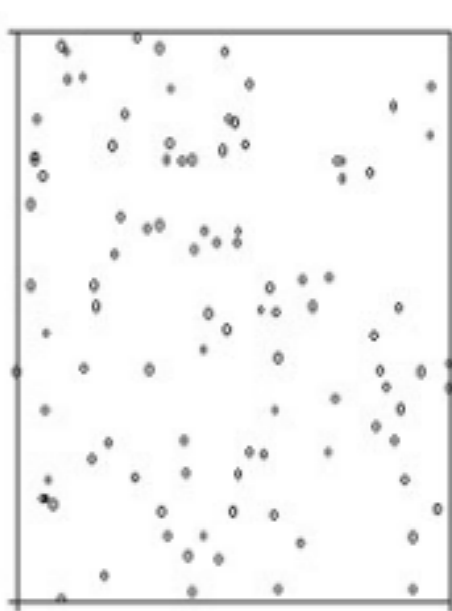
I.4 Elección del método de interpolación

I.5 Evaluación de resultados de la interpolación

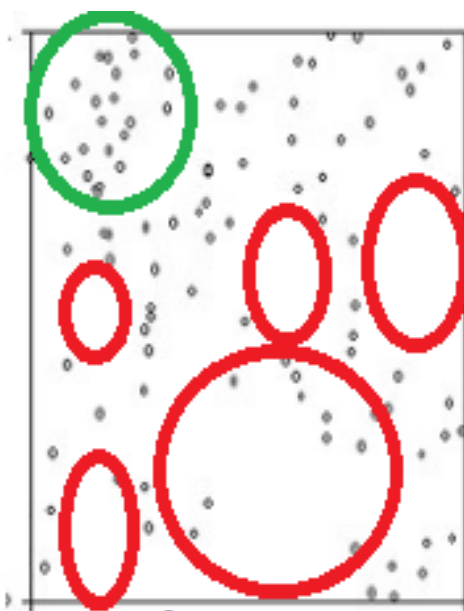
I.6 Mapeo de los resultados

I.1 Recolección de datos

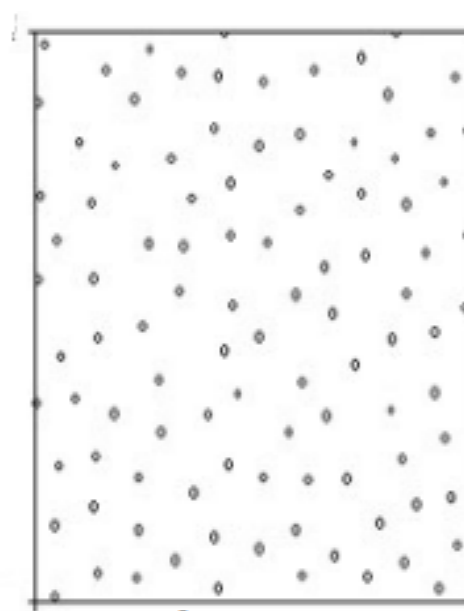
El método de recolección de datos y el tipo de muestreo empleado incide en el resultado final del MDE, independientemente del método de interpolación empleado.



patron aleatorio



patrón agrupado



patrón uniforme

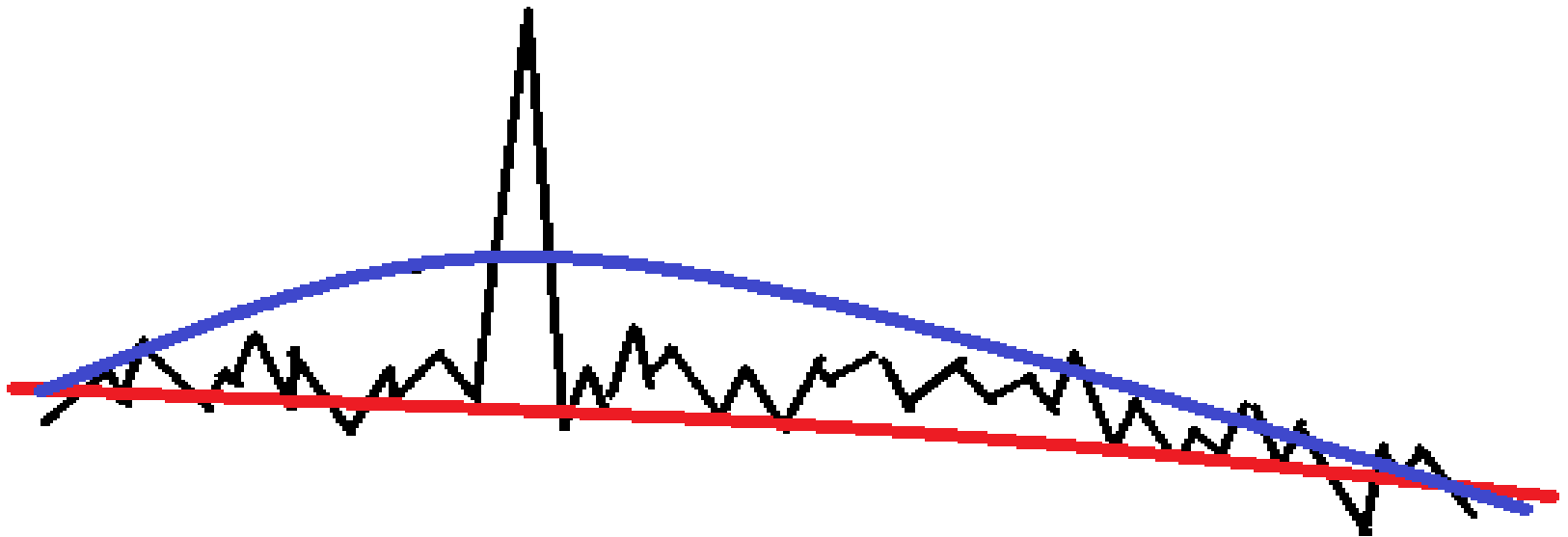
I.1 Recolección de datos

- **No es lo mismo tener datos precisos, que interpolaciones precisas.**
- **La precisión en la interpolación depende del método de interpolación y no de la precisión de los datos.**
- **Debe dedicarse tanto esfuerzo a la precisión de los datos como a la de las predicciones**

I.2 Análisis de los datos – herramientas estadísticas

I.3 Eliminación de datos anómalos

La presencia de datos anómalos son fuente de distorsión en la interpolación. Deben estudiarse en forma particular y si corresponde deben eliminarse.



I.4 Elección del método de interpolación

Un MDE, como todo modelo, no es más que un intento de aproximarnos a la realidad.

En lo posible, debe elegirse aquel método de interpolación que permita evaluar cuan próximos a la realidad nos deja el modelo

I.4 Elección del método de interpolación

***“Los modelos (econométricos)
son todos falsos,
pero algunos
son más útiles que otros”***

I.5 Evaluación de resultados del modelo

Si un modelo es una aproximación a la realidad,
¿ cuánto se aproxima ?

El método de interpolación geo estadístico
(kriging) permite hacer esa evaluación

I.6 Mapeo de los resultados (MDE)

El mapeo de los valores estimados por interpolación, es una herramienta de interés básicamente visual, pues permite una interpretación intuitiva de la variabilidad espacial de los datos.

La verdadera importancia de los MDE está en la correcta ejecución de las etapas previas y el análisis de sus resultados.

II. METODOS DE INTERPOLACION

II.1 Determinísticos y estocásticos

Los primeros realizan las predicciones en base a fórmulas matemáticas únicas y los segundos en base a probabilidades

II.2 Exactos e Inexactos

En los primeros, la predicción en los puntos de la muestra coincide con el dato real; en los segundos no coincide.

II.3 Globales y Locales

Los primeros hacen predicciones en base a todos los datos de la muestra; los segundos en base a una vecindad alrededor del punto de interpolación.

III TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

III.1 La geo estadística se fundamenta en la teoría de las variables regionalizadas (VR).

Toda variable espacial que presente estructura de correlación es una variable regionalizada

La estructura de correlación es lo que define la ***intensidad y dirección*** con que los datos de una o más variables se relacionan entre sí.

III TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

III.2 Proceso estocástico (o Función aleatoria)

La geoestadística es el estudio de las funciones aleatorias aplicadas a la descripción de variables aleatorias distribuidas en el espacio.



III TEORIA DE LAS VARIABLES REGIONALIZADAS

TOBLER: PRIMERA LEY DE LA GEOGRAFÍA

Principio de Autocorrelación Espacial

Todas las cosas están relacionadas entre sí, pero las cosas más próximas en el espacio tienen una relación mayor que las distantes.

IV LA FUNCION SEMIVARIOGRAMA

A partir de la *varianza de los valores de la variable $Z(x)$ de todos los pares de puntos separados por una distancia (h)*

$$\gamma(h) = 1/2 * E \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \}$$

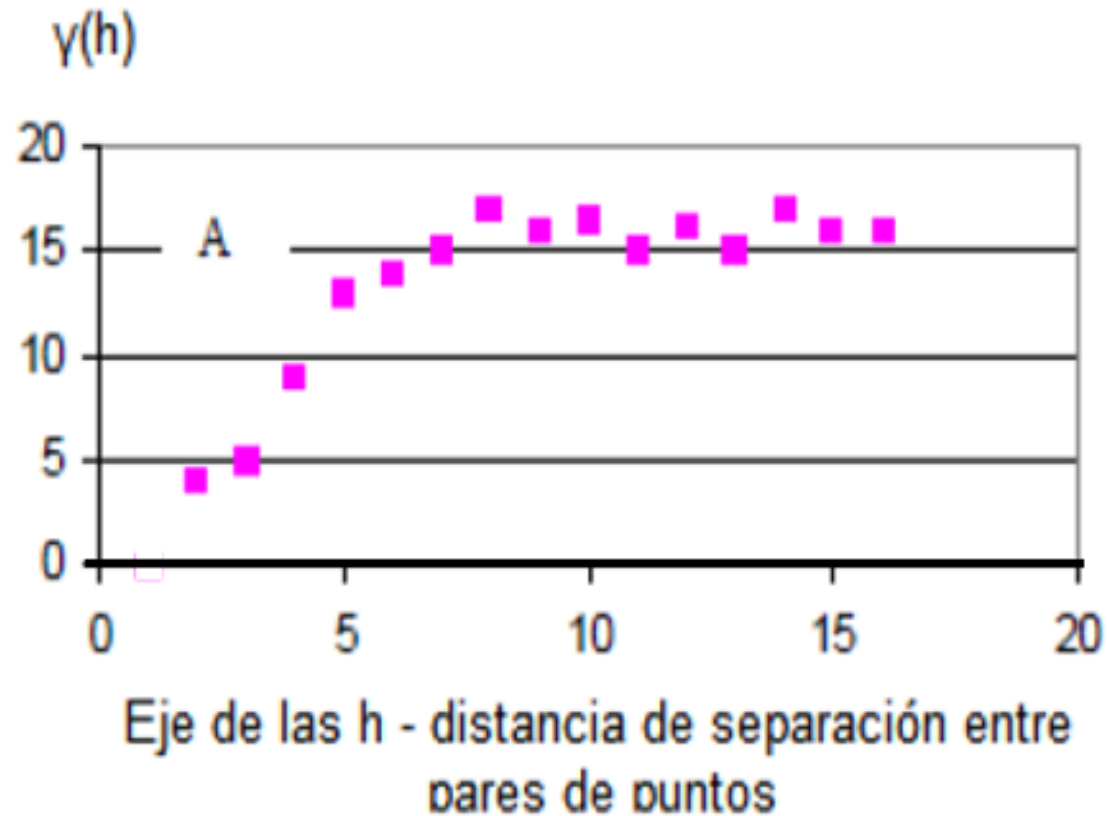
se construye la función semivariograma:

$$\gamma(h) = (1/2N) * \sum [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2$$

$i = 1$ a N ($N =$ número de pares de puntos separados por una distancia h).

IV LA FUNCION SEMIVARIOGRAMA

El variograma experimental



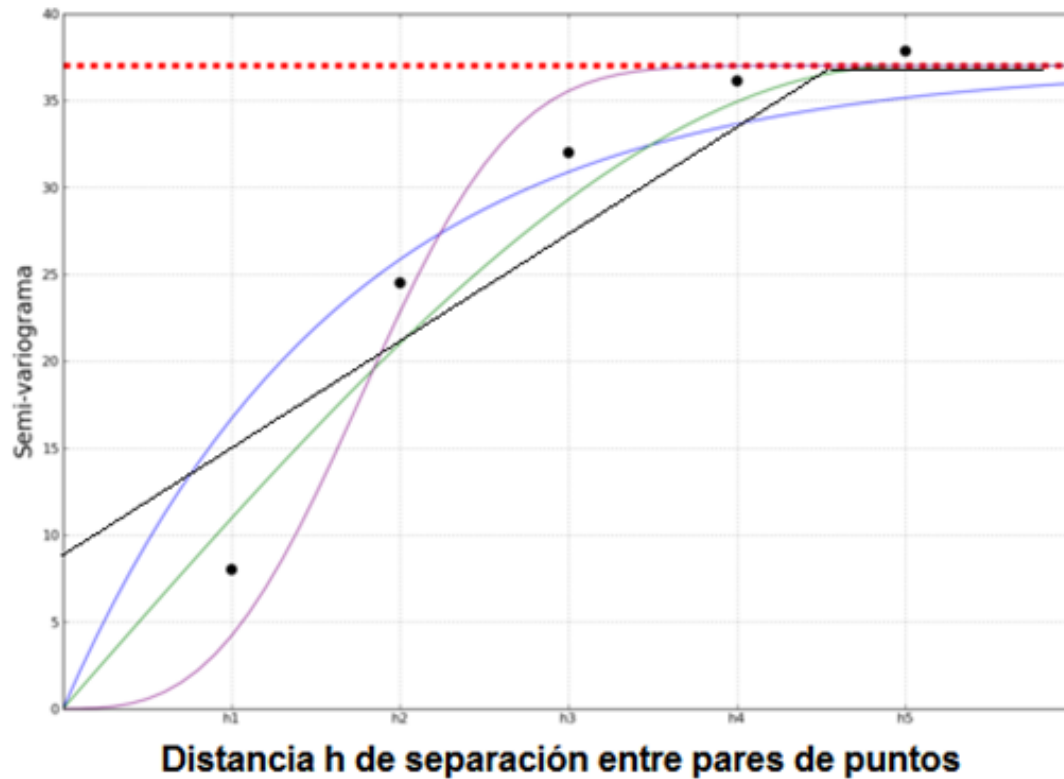
IV LA FUNCION SEMIVARIOGRAMA

SEMIVARIOGRAMA.

Estudio del comportamiento espacial de la variable: permite la detección y cuantificación de la dependencia espacial.

IV FUNCION SEMIVARIOGRAMA

MODELOS TEORICOS DE SEMIVARIOGRAMAS



Esferico

Exponencial

Gausiano

Lineal con meseta

IV FUNCION SEMIVARIOGRAMA

$$\gamma(h) = C \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], \text{ para } h < a$$

$$\gamma(h) = C, \text{ para } h \geq a,$$

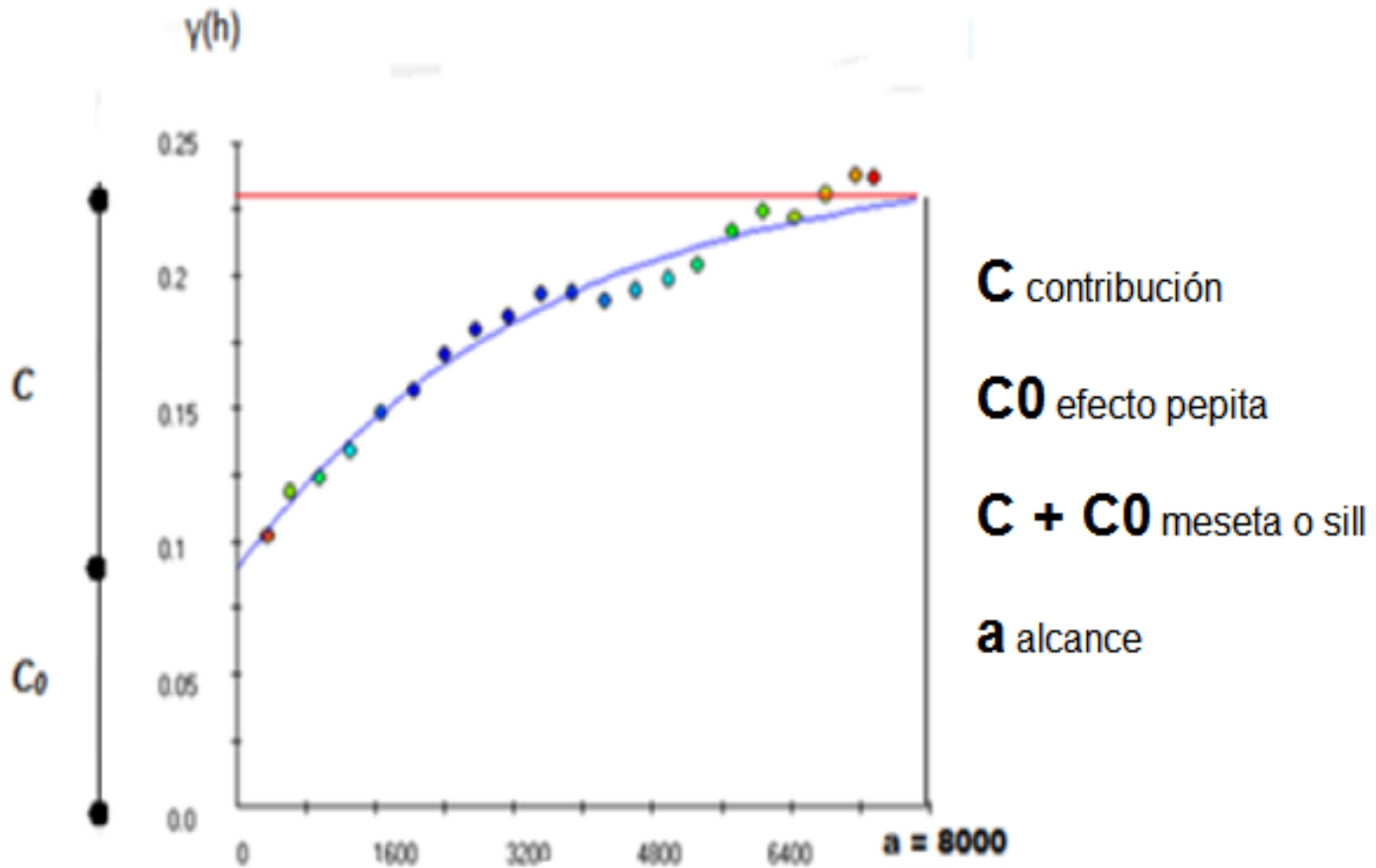
Modelo Esférico

$$\gamma(h) = C[1 - e^{(-3h/a)^2}]$$

Modelo Gaussiano

IV LA FUNCION SEMIVARIOGRAMA

Ajuste del variograma * teórico al experimental



V PREDICCIONES (Interpolación kriging)

Es una modalidad de estimación por regresión clásica, cuya expresión matemática es:

$$Z^*(x_0) = \lambda_1 Z(x_1) + \lambda_2 Z(x_2) + \dots + \lambda_n Z(x_n)$$

$$Z^*(x_0) = \sum \lambda_i^* Z(x_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

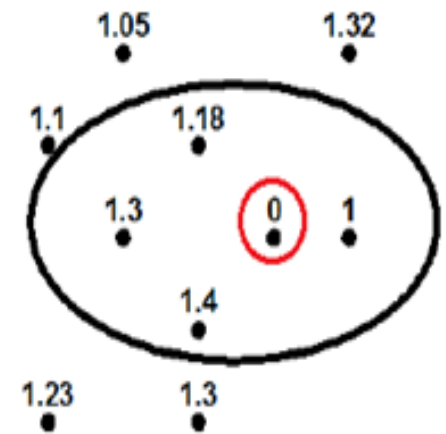
Z^* es el valor interpolado en x_0 (donde se realiza la predicción); x_i los puntos vecinos en base a los cuales se realiza la predicción y λ_i los pesos.

V PREDICCIONES (Interpolación kriging)

V.1 Condiciones para los pesos λ_j

- Media de los errores igual cero
- Varianza mínima de las estimaciones

El cumplimiento de estas condiciones implica la resolución de un conjunto de $n+1$ ecuaciones (ecuaciones de kriging) para la obtención de los pesos λ_j



$$[\lambda_j] = [S_i, S_j]^{-1} [S_i, S_0]$$

V PREDICCIONES (INTERPOLACION) - kriging

El interpolador kriging calcula los pesos λ_i de tal manera que resulte un estimador **MELI**

Mejor Estimador Lineal Insesgado

Mejor – estimador de varianza mínima

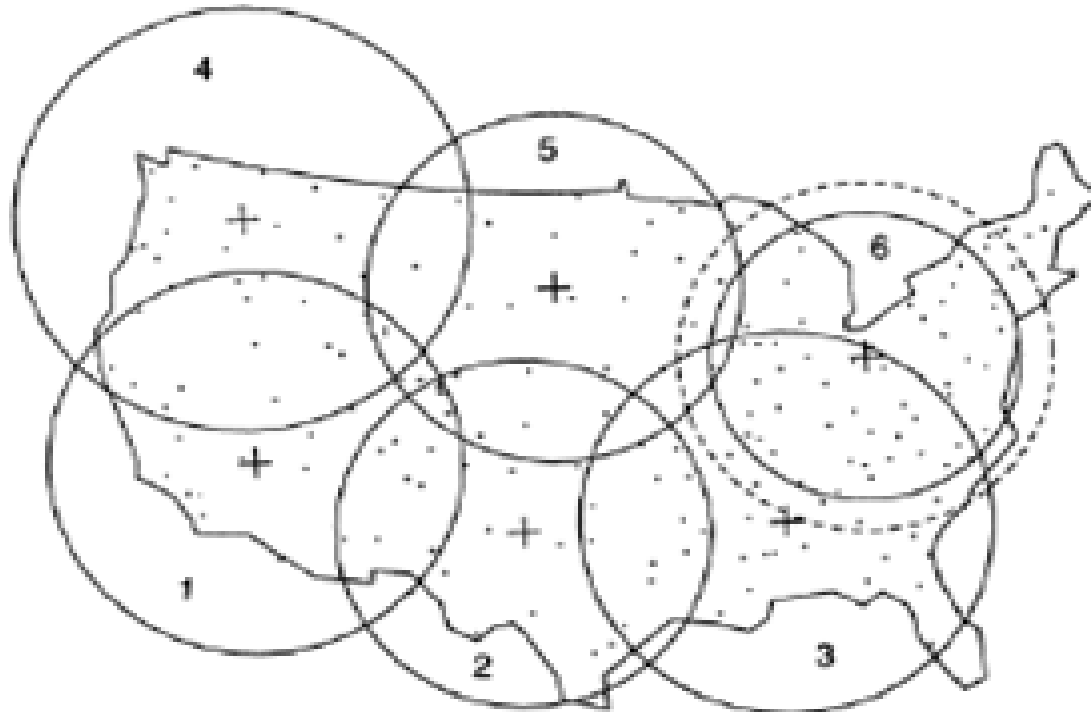
Lineal – es combinación lineal de los datos

Insesgado – la estimación del parámetro es igual al valor del parámetro

V PREDICCIONES (INTERPOLACION) - kriging

V.1 KRIGING con ventanas móviles

Consiste en definir ventanas o vecindades en torno al punto de interpolación a fin de contemplar las variaciones locales de la estructura de correlación de los datos



V PREDICCIONES (Interpolación kriging)

La definición del tamaño correcto de la ventana, es un equilibrio entre error y sesgo de estimación

Si la ventana es muy pequeña, se interpola con pocos datos y el error estándar es grande.

Si la ventana es muy grande, se filtran particularidades de zonas alejadas al punto de interpolación y tendremos sesgo en la estimación.

Deben testearse distintos tamaños de ventana hasta obtener el mejor resultado.

V PREDICCIONES (INTERPOLACION) - kriging

V.2 TIPOS DE KRIGING

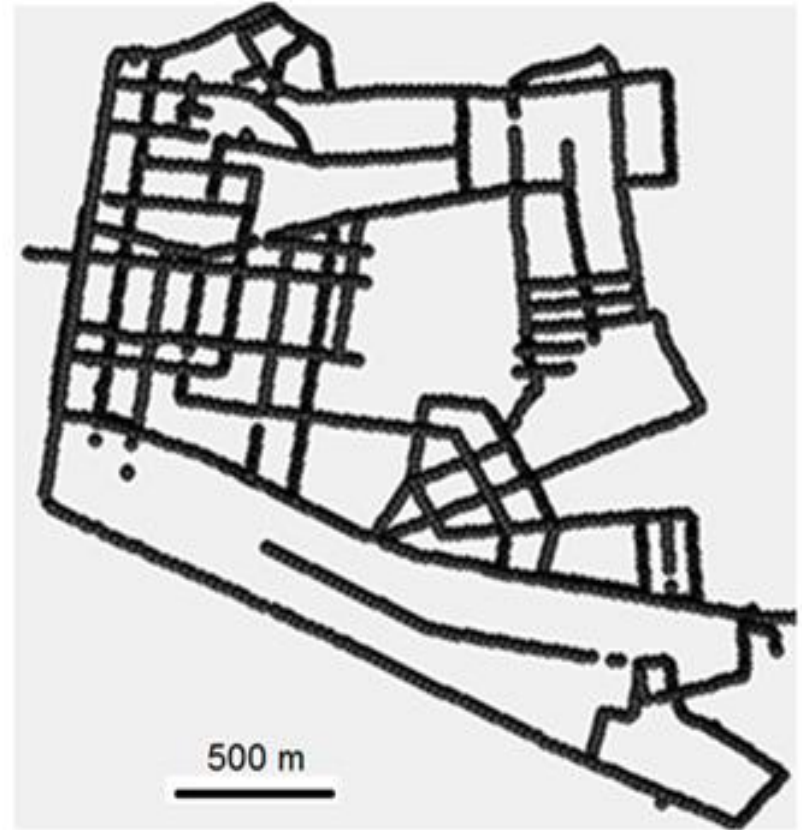
- **KRIGING PUNTUAL**

Se usa en el caso que sean de interés las predicciones en puntos.

- **KRIGING POR BLOQUES**

Se usa en el caso que sea de interés la predicción en bloques de superficie como media de los valores del bloque.

VI APLICACIÓN



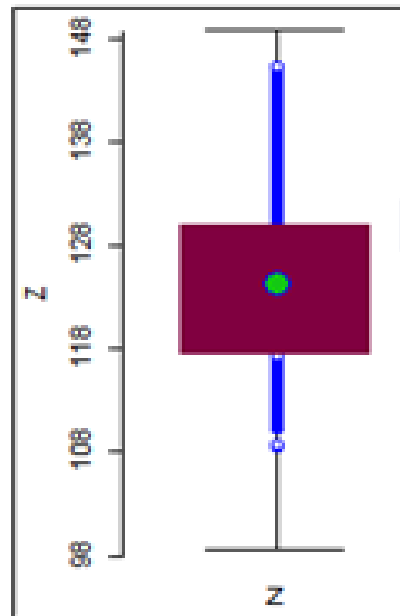
Ciudad de Melo - URUGUAY - Distribución espacial de los datos

VI APLICACIÓN

VI.1 ANALISIS EXPLORATORIO DE DATOS

Detección de valores atípicos

La detección de valores atípicos es de importancia ya que su inclusión en la interpolación produce distorsiones en la predicción (interpolación) de valores próximos. Si corresponde, deben eliminarse: el box plot de los datos indica ausencia de atípicos.



VI APLICACIÓN

VI.2 ANALISIS ESTRUCTURAL

VARIOGRAMA.

Se ajustan distintos modelos teóricos y se compara la bondad de ajuste de cada uno de ellos

VI APLICACION

VI.3 Criterios de comparación de los modelos de variograma

RMSE – raíz cuadrada de la media de los errores cuadráticos

Se selecciona el modelo con menor RMSE

VI APLICACIÓN

El modelo de variograma teórico con mejor ajuste fue el gaussiano con un estadístico RMSE (raíz cuadrada de la media de los errores cuadráticos) de 2.69.

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n}} \quad \text{con} \quad SSE = \sum_{i=1}^n [\hat{\gamma}(h_i) - \hat{\gamma}^*(h_i)]^2$$

$\hat{\gamma}(h_i)$ valor calculado en el punto i según variograma experimental

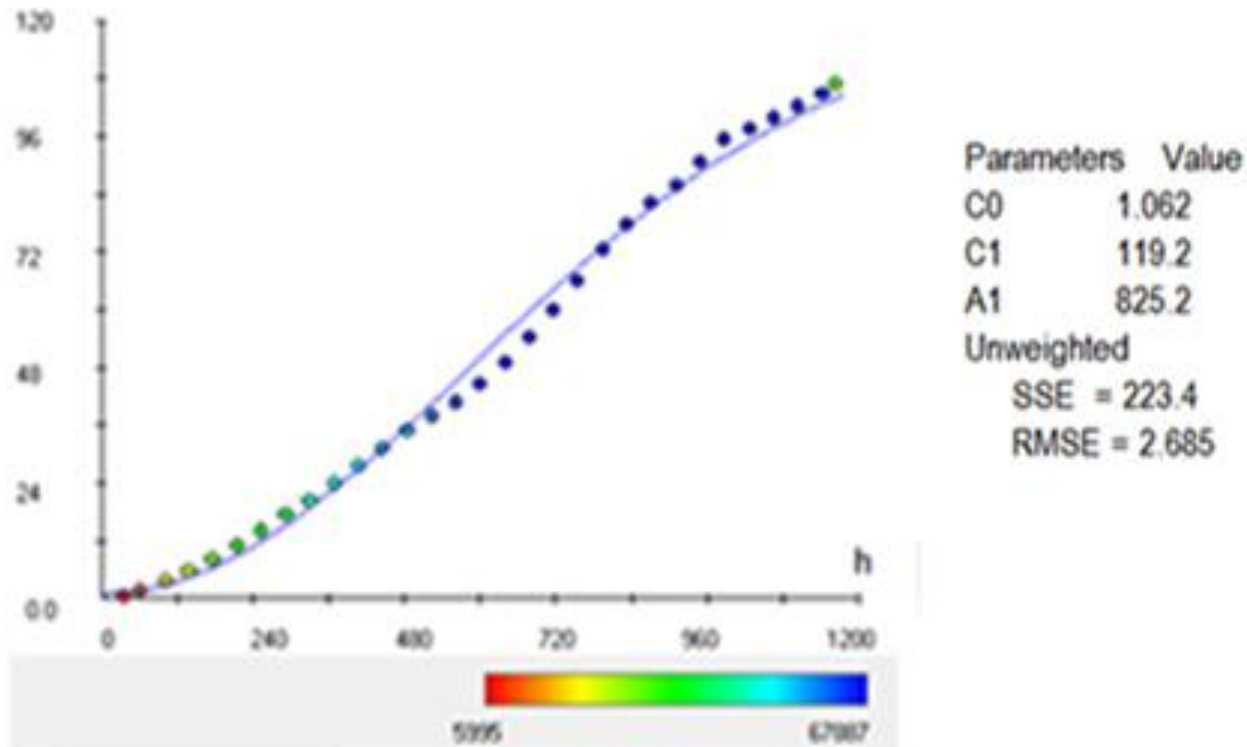
$\hat{\gamma}^*(h_i)$ valor calculado en el punto i según variograma teórico

n = número de datos usados en construcción del variograma

VI APLICACION

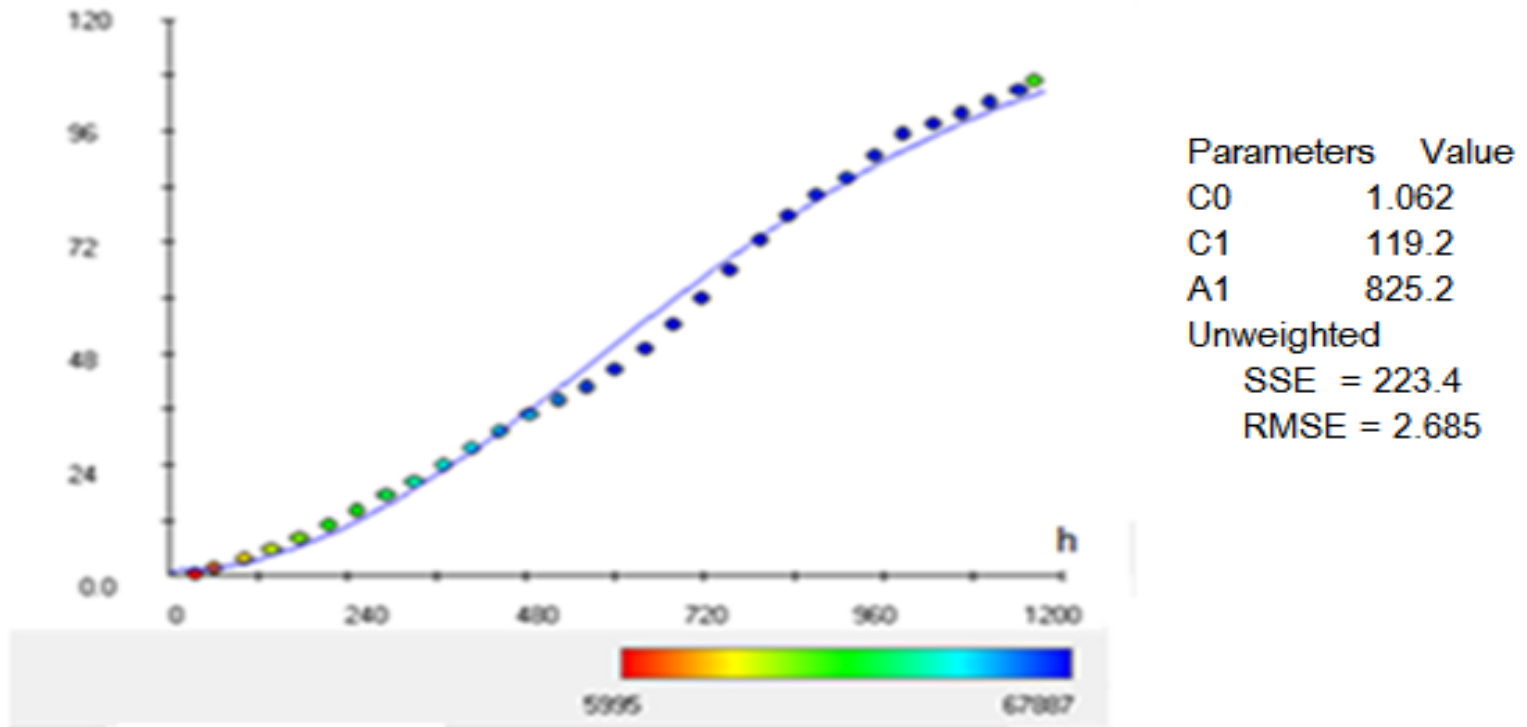
VI.5 Modelo gaussiano adoptado

La barra inferior de colores indica el numero de pares de puntos en cada distancia.



VI APLICACION

VI.6 MODELO ADOPTADO - Gaussiano



Los círculos indican puntos del variograma experimental; línea azul el variograma teórico; barra de colores cantidad de pares de puntos para distancia h

VI APLICACION

VI.7 INTERPOLACION Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Estadísticas sobre la desviación estandar de las predicciones por modelo

Modelo	Media	Mediana	Mínimo	Máximo	diferencia	90% < a	95% < a
VG_KB Gaussiano	0.2361	0.19555	0.12937	1.1036	0.97423	0.37292	0.4425
VG_KP Gaussiano	0.21067	0.19076	0.12856	0.74847	0.61991	0.28354	0.3721

Tabla 1

VI APLICACION

VI.7 INTERPOLACION Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS

Con una confianza del 95%, el error medio es de $\pm 0.41\text{m}$; el 50% de las predicciones tienen error menor a $\pm 0.37\text{m}$, el error de predicción máximo es $\pm 1.46\text{m}$. y el mínimo $\pm 0.25\text{m}$.

	error muestral (mts.)
medio	± 0.41
50% de las predicciones	± 0.37
máximo	± 1.46
mínimo	± 0.25

Tabla 2: errores en predicciones con 95% de confianza

VII APLICACION

VII.1 ELABORACION DE MAPAS

El punto central de toda interpolación, es el estudio estadístico de las predicciones, a los efectos de elegir el modelo que mejor ajusta a la realidad.

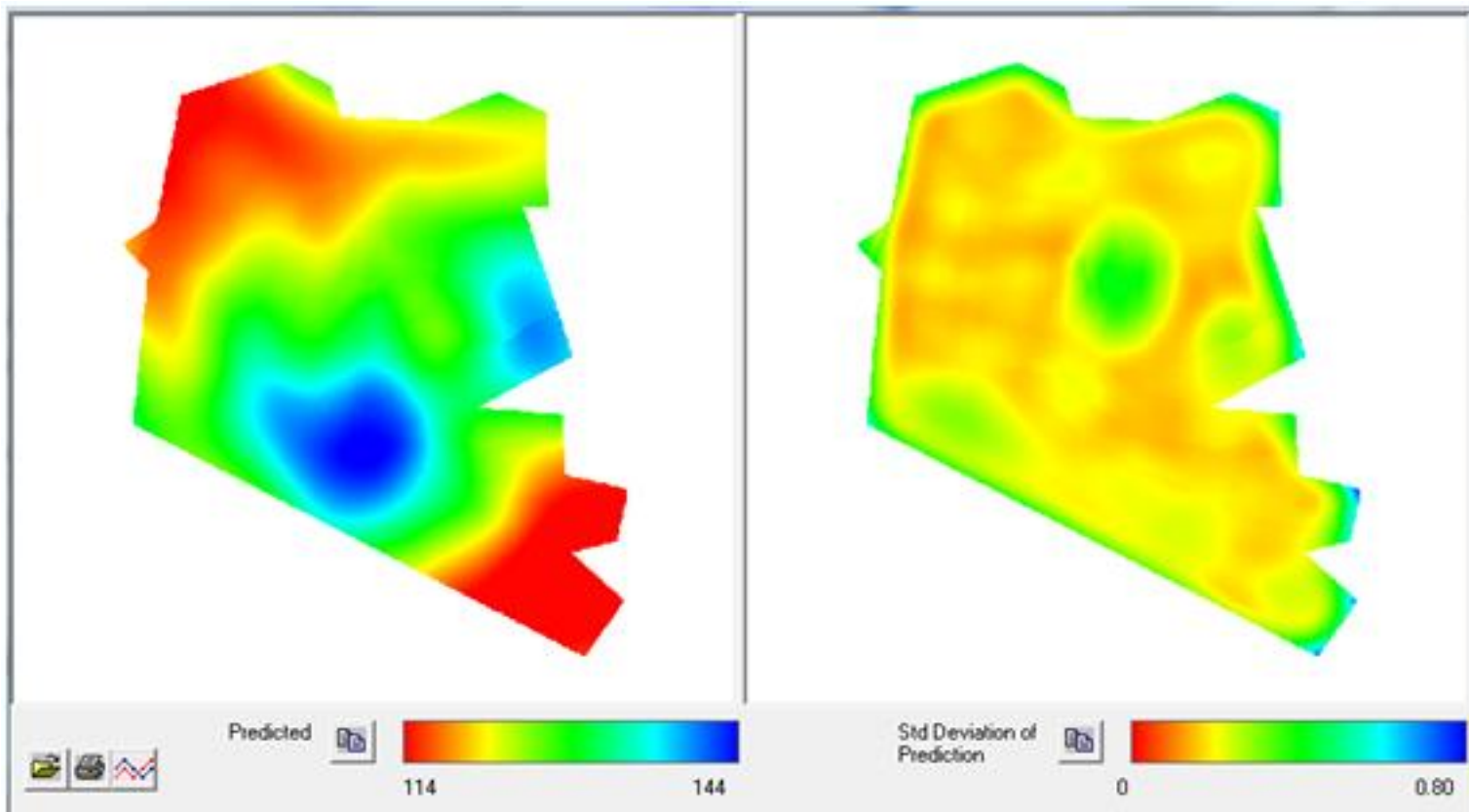
El mapeo de los resultados, no es más que un recurso que facilita la interpretación visual de los resultados sin mayores aportes técnicos.

VII APLICACION

Mapas software VESPER

Valores interpolados

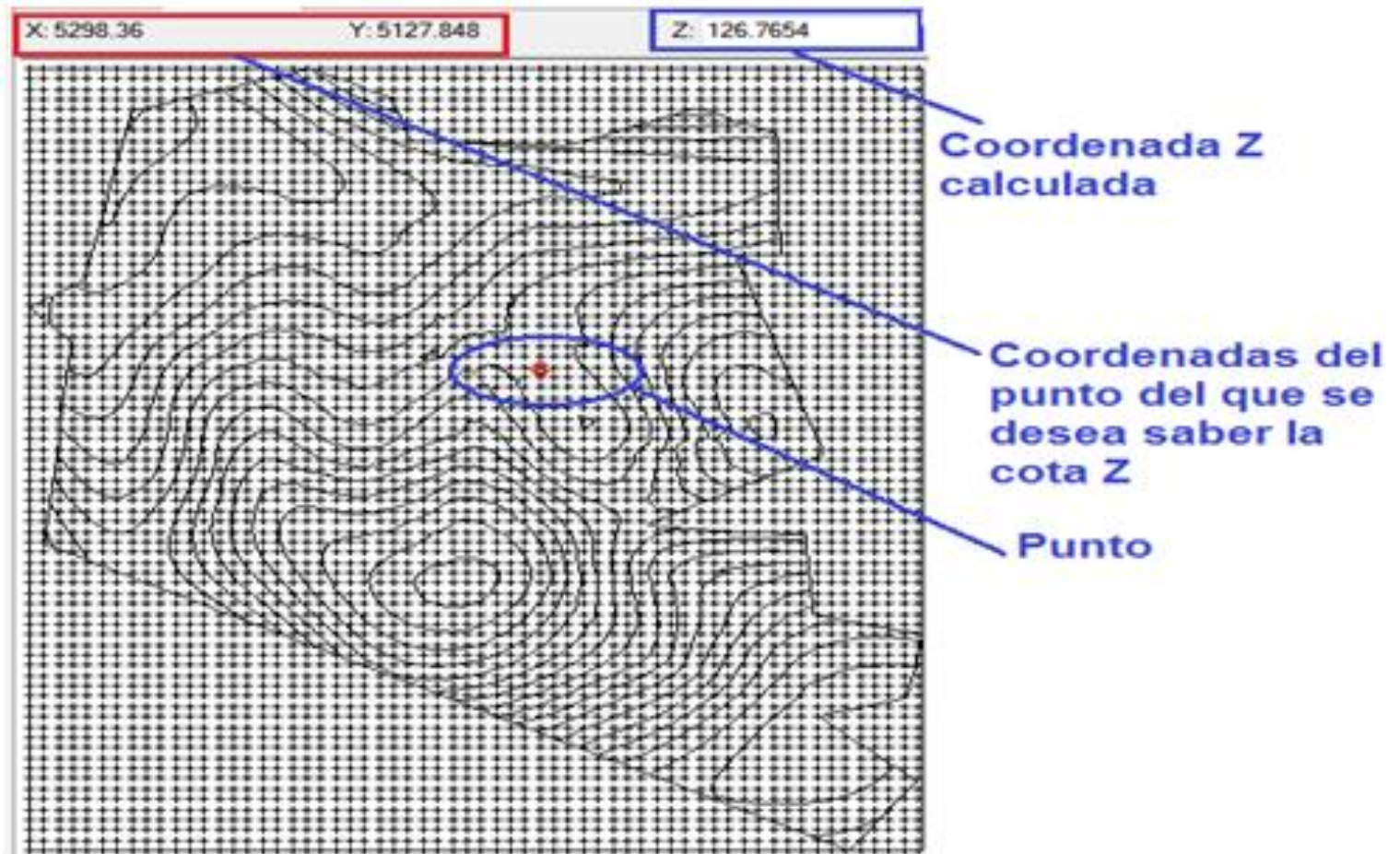
Desviación estándar
de las interpolaciones



VII APLICACION

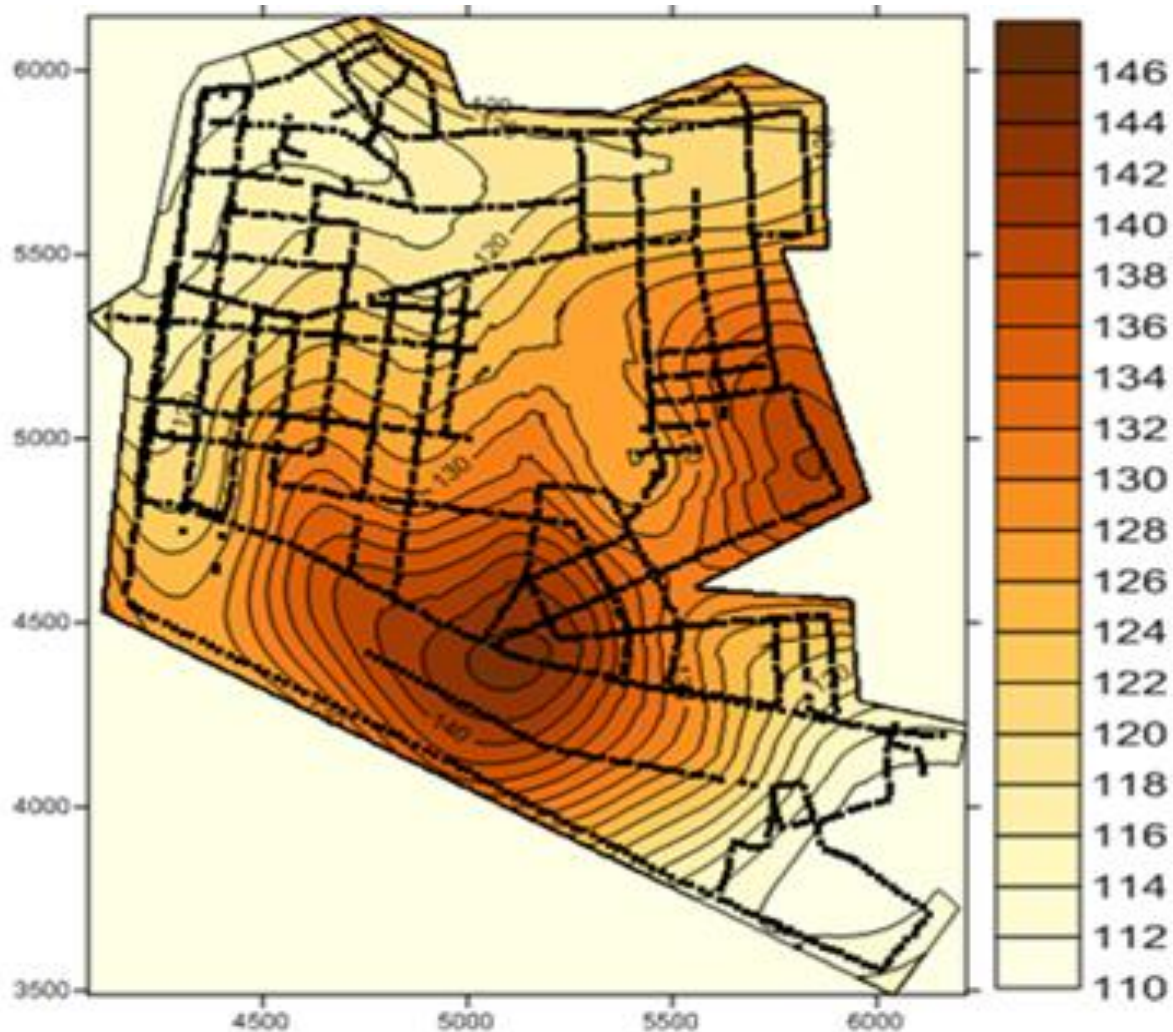
VII.2 Grilla para el cálculo de cota Z

(sistema de local de coordenadas)



VII ELABORACION DE MAPAS

VII.3 CURVAS DE NIVEL



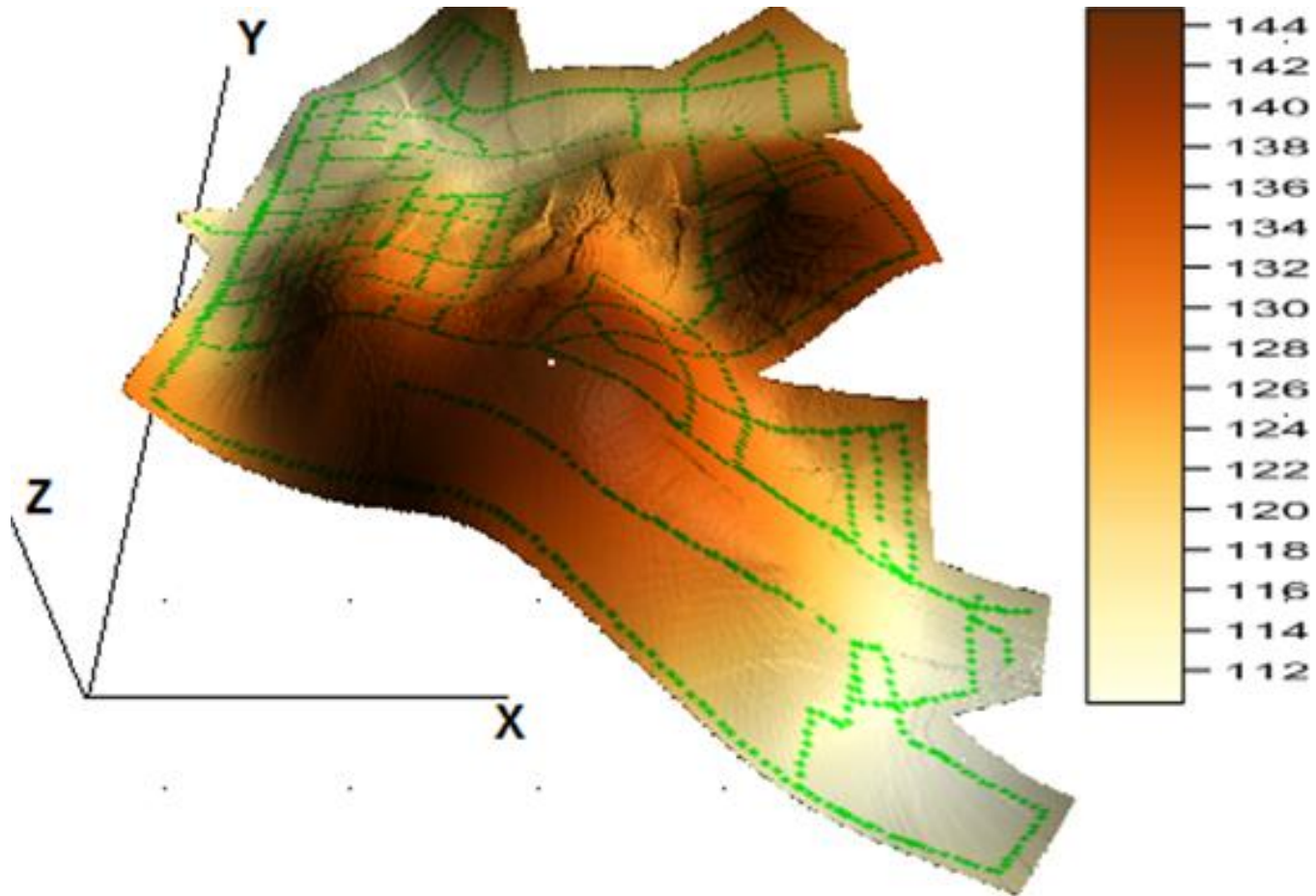
VII ELABORACION DE MAPAS

VII.5 DESVIACIONES ESTANDAR



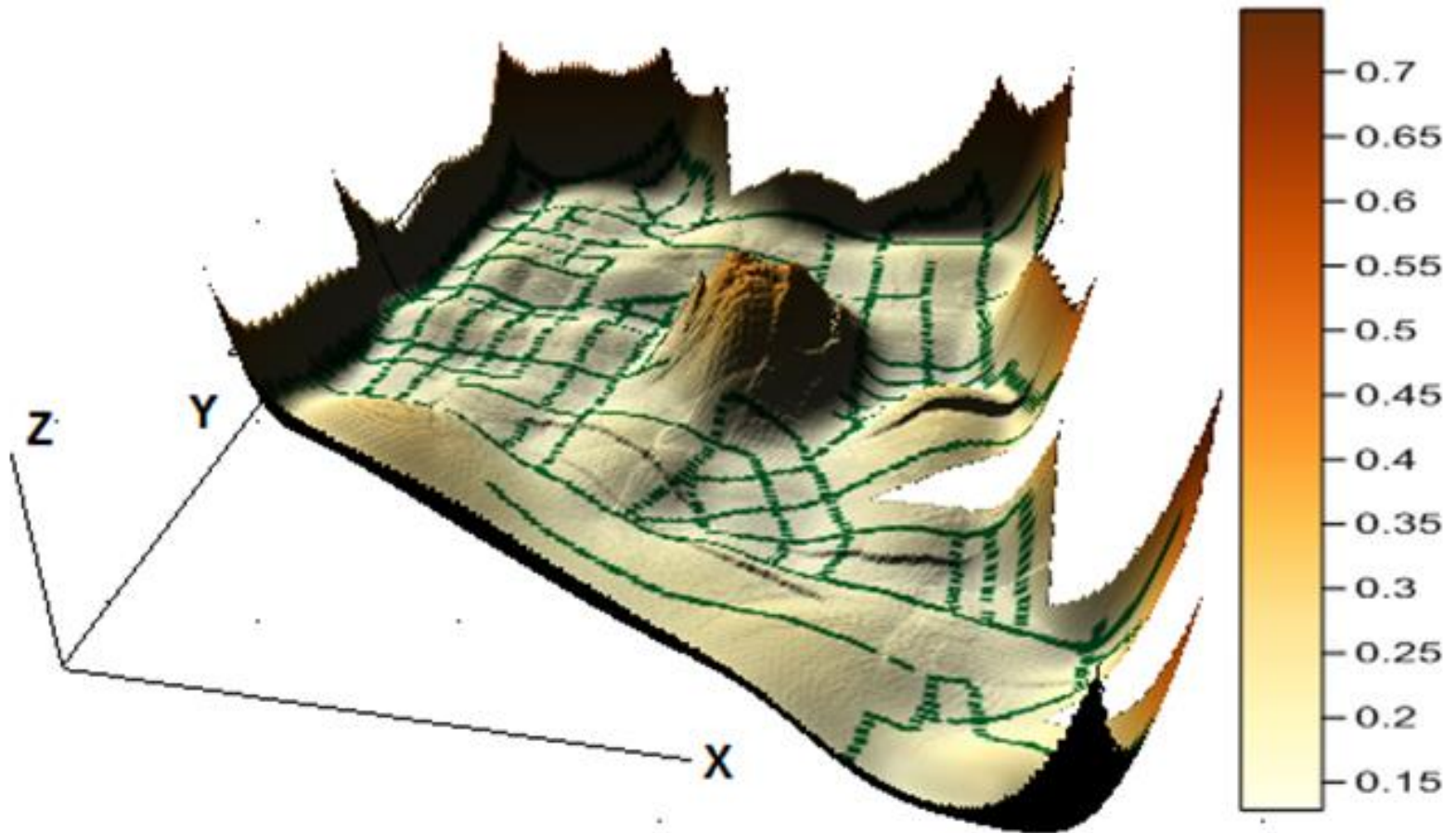
VII ELABORACION DE MAPAS

VII.4 VALORES INTERPOLADOS (MDE)



VII ELABORACION DE MAPAS

VII.5 DESVIACIONES ESTÁNDAR (MDE)



VIII CONCLUSIONES

Del presente trabajo se desprende la conveniencia de elaborar MDE en base al interpolador geoestadístico de kriging, ya que provee herramientas para evaluar los valores de predicción. A pesar de su complejidad, y de predicciones similares de otros interpoladores en ciertos casos, el kriging tiene la ventaja de proporcionar una estimación del error en cada predicción.

Esto tiene implicaciones prácticas, ya que permite rever la etapa de recolección de datos o procesamiento de los mismos, en la medida que los errores pronosticados no sean adecuados con la utilización concreta del MDE.

MUCHAS GRACIAS

